

Albert-Schweitzer-/Geschwister-Scholl-Gymnasium
Marl
Schulinternes Curriculum für das Fach Mathematik in der Sek. II
(achtjähriger Bildungsgang G8)

Dieses schulinterne Curriculum basiert auf dem Kernlehrplan für die SII Gymnasium/Gesamtschule in NRW (gemäß dem Runderlass des Ministeriums für Schule und Weiterbildung vom 4.9.2013 und tritt am 1.8.2014, beginnend mit der Einführungsphase, aufsteigend in Kraft.

Angehängt sind die Kriterien zur Leistungsmessung.

Es liegt in der Natur eines solchen Schulcurriculums, dass es der kontinuierlichen Evaluation bedarf und demnach laufend fortzuschreiben ist.

Stand: Schuljahr 2015/2016 (im Sept 2015)

1. Die Fachgruppe Mathematik am ASGSG	S. 1
2. Jahrgangsstufen EF, Q1 und Q2 in der Übersicht	S. 4
3. Einführungsphase	S. 7
4. Qualifikationsphase – Grundkurs	S. 15
5. Qualifikationsphase – Leistungskurs	S. 31
6. Grundsätze zur Leistungsbewertung SII	S. 58
7. Übersicht über die Operatoren in Mathematik	S. 63

Die Fachgruppe Mathematik am Albert-Schweitzer-/Geschwister-Scholl-Gymnasium (ASGSG)

Das ASGSG ist eines von zwei öffentlichen Gymnasien der Stadt Marl – hervorgegangen im Jahr 2010 aus der Fusion des ehemaligen Albert-Schweitzer-Gymnasiums und des ehemaligen Geschwister-Scholl-Gymnasiums.

Aufgrund seiner zentralen Innenstadtlage, der Profilklassen (s.u.) und seiner Eigenschaft als Schule mit individuellem Ganztag hat es eine heterogene Schülerschaft, was den sozialen und ethnischen Hintergrund betrifft. Bei der datengestützten Zuweisung basierend auf der amtlichen Statistik (im Rahmen der Lernstandserhebungen) wurde das ASGSG im Jahr 2012 dem Standorttyp 3 (von 5 Typen) zugeordnet.

Das ASGSG soll laut Schulentwicklungsplan in Zukunft vierzünftig sein; zurzeit beträgt die Zügigkeit in der SI in 4 Stufen 5, eine Stufe ist sechszünftig. In der SII liegt die Schülerzahl noch bei durchschnittlich 180 Schülerinnen und Schülern, so dass in der EF 8 Grundkurse eingerichtet werden, aus denen sich für die Qualifikationsphase drei Leistungs- und 5 Grundkurse entwickeln. In der Oberstufe kooperiert das ASGSG mit dem zweiten Gymnasium der Stadt Marl, so dass bei Bedarf Kurse eingerichtet werden, die aus SuS beider Schulen bestehen. In diesem Fall findet der Unterricht am Schulstandort des eingesetzten Kollegen statt.

Der Unterricht am ASGSG findet in Doppelstunden statt. Für die Sekundarstufe I mit durchgehend vierstündigem Mathematikunterricht bedeutet dies, dass in der Regel Mathematik in einer Doppelstunde und zwei Einzelstunden unterrichtet wird. Grundkurse in der SII werden somit im 14-tägigen Wechsel zwei- bzw. vierstündig unterrichtet, Leistungskurse vier- bzw. sechsstündig.

Durch unterschiedliche fachliche Förderprogramme (Mathematiksprechstunde, Schüler helfen Schülern, Lernberatung) werden Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten intensiv unterstützt. In der Einführungsphase besteht in beiden Halbjahren die Möglichkeit, einen Vertiefungskurs in Mathematik zu belegen.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet. Besonders erwähnenswert ist die Teilnahme an der Mathematikolympiade, wobei die Fachgruppe Mathematik die Regionalsrunde für den Kreis Recklinghausen ausrichtet und die Teilnahme am Känguru-Wettbewerb, an dem laut Schulkonferenzbeschluss die Jahrgangsstufen 5 und 6 geschlossen teilnehmen, um eine Wettbewerbskultur aufzubauen.

In der Jahrgangsstufe 5 besteht am ASGSG die Möglichkeit, sich für eine Profilkategorie MINT zu bewerben. Dort werden in den Stufen 5 bis 7 in zwei zusätzlichen AG-Stunden mathematische, naturwissenschaftliche bzw. informationstechnische Vertiefungen angeboten.

In der SI wird in der Klasse 7 ein (kostengünstiger) wissenschaftlicher Taschenrechner eingeführt (z.Zt. SHARP EI-W531 XH). Der Umgang mit einer dynamischen Geometrie-Software (Dynageo) und einem Tabellenkalkulationsprogramm (Excel) wird neben dem Regelunterricht in sogenannten IT-Stunden vertieft und eingeübt, die jeweils einstündig in den Stufen 7 an den Mathematikunterricht andockt werden und in der Regel vom Fachlehrer Mathematik durchgeführt werden. Somit ist sichergestellt, dass die aus diesem Bereich verlangten Kompetenzen trotz der Verkürzung der SI zuverlässig und nachhaltig erworben werden. Für Unterricht in diesem Bereich stehen am ASGSG genügend PC-Unterrichtsräume zur Verfügung, so dass über die IT-Stunden hinaus jederzeit Unterricht vom Klassenraum in einen Computerraum verlegt werden kann. In der Sekundarstufe II kann deshalb grundsätzlich davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind – so kann man davon ausgehen, dass die Arbeit mit einem Grafikrechner, wie er ab 2014 für die SII verlangt wird, gut vorbereitet ist.

Für die SII stehen darüber hinaus zwei Räume zur Verfügung, die zusätzlich mit interaktiven Whiteboards ausgestattet sind. Der grafikfähige Taschenrechner wird zu Beginn der Einführungsphase eingeführt (TI-Nspire-CX). Dies ist mit unserem Kooperationspartner abgestimmt. Aktuell in der Q2 eingeführtes Taschenrechnermodell ist der TI-30XPro – ein wissenschaftlicher Taschenrechner mit erweiterten Funktionen.

Das Lehrwerk in der Einführungsphase ist „Mathematik EF“ (Bigalke/Köhler), in der Qualifikationsphase wird mit dem Lehrbuch „Mathematik Qualifikationsphase“ (Bigalke/Köhler) jeweils aus dem Cornelsen-Verlag gearbeitet. Bis auf das Buch für den Leistungskurs (Eigenanteil) werden die Bücher an die Schülerinnen und Schüler durch die Schule ausgeliehen.

Die Fachgruppe Mathematik besteht aktuell (9.2015) aus 18 Mitgliedern, darunter 2 Vertretungslehrkräften und einer Referendarin. 15 Lehrkräfte besitzen die Fakultas sowohl für SI als auch SII. Neben der Fachvorsitzenden und ihrer Stellvertreterin unterstützt die schulinterne Fachberaterin Mathematik die Arbeit der Fachgruppe und koordiniert insbesondere Förderkonzepte und die schulinterne Curriculum-Entwicklung.

Jahrgangsstufen EF, Q1 und Q2 – Übersicht der Themen/Unterrichtsvorhaben

In der nachstehenden Übersicht werden die gewählten Unterrichtsvorhaben für jede Stufe und ihre zeitliche Abfolge vorgestellt. Der zugeordnete Zeitbedarf kann naturgemäß nur eine grobe Orientierung darstellen. Es ist zu beachten, dass die ausführlichen Beschreibungen ab S. 7 für EF bzw. Q thematisch nicht zeitlich geordnet sind.

Die Reihenfolge der Themen ist verbindlich. Für die EF gilt allerdings, dass nach Bekanntgabe der Vorgaben zur zentralen Klausur eine Änderung der Reihenfolge erforderlich sein kann. Gegebenenfalls ist diese durch die betroffenen Fachlehrer gemeinsam möglichst schon vor Beginn der EF abzuändern.

Die Stundenzahl ist so gewählt, dass Unterrichtsausfälle in einem durchschnittlichen Kurs (durch Fortbildungen, Klausuren, Erkrankungen) aufgefangen werden. Sich daraus ergebender Spielraum nach oben kann für gezielte Förderungen, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen genutzt werden.

Unterrichtsvorhaben sind in der Regel einem Inhaltsfeld zugeordnet. Dies ist am Kürzel erkennbar: Funktionen und Analysis (A), Lineare Algebra / Analytische Geometrie (G) und Stochastik (S). Eine Ausnahme bildet das Unterrichtsvorhaben QGK-A2 bzw. QLK-A2, das neben der Analysis auch das Inhaltsfeld Lineare Algebra beinhaltet.

Einführungsphase			84 h
1.Hj	Analysis		
	EF-A1	Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext	15 h(5 Wo)
	EF-A2	Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate – von der Funktion zur Ableitungsfunktion	24 h(8 Wo)
	EF-A3	Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen	14 h(4 Wo)
2. HJ	Stochastik		
	EF-S1	Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen	9 h (3 Wo)
	EF-S2	Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten	9 h (3 Wo)
	Geometrie		
	EF-G1	Unterwegs in 3D – Punkte im Koordinatensystem	4 h (2 Wo)
	EF-G2	Vektoren bringen Bewegung in den Raum	9 h (3 Wo)

Qualifikationsphase–Grundkurse			78h + 57h
Q1, 1.Hj	Analysis		
	Q GK-A1	Weitere Eigenschaften und Anwendungen von ganzrationalen Funktionen	27 h (9W)
	Q GK-A2	Integralrechnung und Anwendungen bei ganzrationalen Funktionen	21 h (7W)
Q1, 2.Hj	Geometrie		
	Q GK-G1	Geraden im Raum	12h (4 Wo)
	Q GK-G2	Räume mit dem Skalarprodukt vermessen	9 h (3 Wo)
	Q GK-G3	Ebenen im Raum	9 h (3 Wo)
Q2 1.Hj	Analysis		
	Q GK-A3	Exponentialfunktionen und zusammengesetzte Funktionen	18h (6W)
	Stochastik		
	Q GK-S1	Stochastische Modelle, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen u. ihre Kenngrößen	6 h (2 W)
	Q GK-S2	Bernoulliexperimente und Binomialverteilung	9 h(3 Wo)
	Q GK-S3	Modellieren mit Binomialverteilungen	6 h (2 Wo)
	Q GK-S4	Von Übergängen und Prozessen	9 h(3 Wo)
Q2 2.Hj	Analysis		
	Q GK-A4	Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen	9 h (3Wo)

Qualifikationsphase – Leistungskurse			130h + 90h	
Q1 1.Hj	Analysis			
	QLK-A1	Weitere Eigenschaften und Anwendungen von Funktionen und Funktionenscharen	40 h (8W)	
	QLK-A2	Integralrechnung und Anwendungen	30 h (6W)	
	*QLK-A3	*Exponentialfunktionen zur Basis e		
2.HJ	Geometrie			
	QLK-G1	Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden	10 h (2W)	
	QLK-G2	Das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen	10 h (2 W)	
	QLK-G3	Ebenen als Lösungsmengen linearer Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter	10 h (2 W)	
	QLK-G4	Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten	10 h (2W)	
	QLK-G5	Untersuchungen an Polyedern	10 h (2W)	
	QLK-G6	Strategieentwicklungen bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben	10 h (2W)	
Q2 1.Hj	Analysis			
	QLK-A3	Exponentialfunktionen und Logarithmus	20 h (5 W)	
	Stochastik			
	QLK-S1	Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen u. Kenngrößen	5 h (1 Wo)	
	QLK-S2	Bernoulliexperimente und Binomialverteilung	10 h (2W)	
	QLK-S3	Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen	8 h (1,5W)	
	QLK-S4	Die Normalverteilung	8 h (1,5W)	
	QLK-S5	Testen von Hypothesen	15 h (3 W)	
	Q2 2.Hj	QLK-S6	Von Übergängen und Prozessen	10 h (2W)
		Analysis		
QLK-A4		Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen	14 h (3 W)	

Einführungsphase

EF-A1 Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext – 15 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen 	<p>Zu Beginn nur kurze Wiederholung (Kap. I), aber Geradengleichung und Steigungsformel sind wichtig (evtl. Tangente). Da in den ersten beiden Wochen der GTR noch nicht zur Verfügung steht, können Verfahren, die hilfsmittelfrei bewältigt werden müssen (insbesondere das Lösen von quadratischen Gleichungen) wiederholt werden. Transformationen lassen sich mit einer Geometriesoftware erarbeiten. Begleitende Kapitel im Buch sind II und VIII 1/3/4. Algebraische Rechentechniken werden parallel vermittelt. Dabei wird besonderer Wert gelegt auf einheitliche Fachsprache und -schreibweise. Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Aufstellen von Wertetabellen – Graphisches Darstellen von Funktionen – Anpassung des Koordinatensystems – Spurmodus zur Bestimmung von Nullstellen <p>Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann über verschiedene GTR-Materialien erfolgen, wobei der Schieberegler sinnvoll ist. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen und zur Transformation der Sinusfunktion.</p>

EF-A2 Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate – von der Funktion zur Ableitungsfunktion - 24 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten / wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Problemlösen</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) 	<p>Begleitende Kapitel im Buch sind III und IV.</p> <p>Für den Einstieg wird ein Stationenlernen zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Wachstum, ...). Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird zunächst anschaulich vermittelt.</p> <p>Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate kann die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt werden. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden (z.B. Füllhöhe -> Volumen). Es sollten nicht nur zeitabhängige Vorgänge betrachtet werden.</p> <p>Bei der Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten kann wieder der GTR eingesetzt werden.</p> <p>Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.</p> <p><i>Bitte Folgeseite beachten!</i></p> <p>Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt.</p>

Argumentieren (Vermuten)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
 - ... grafischen Messen von Steigungen
- ... Lösen von Polynomgleichungen
- ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Durch Variation z.B. im Rahmen eines Gruppenpuzzles vermuten die Lernenden eine Formel für die Ableitung einer beliebigen quadratischen Funktion. Dabei vermuten sie auch das Grundprinzip der Linearität (ggf. auch des Verhaltens bei Verschiebungen in x-Richtung). Durch Analyse des Rechenweges werden die Vermutungen erhärtet.

Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.

Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.

Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die schon bekannten Begriffe eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran im folgenden Unterrichtsvorhaben (Thema EF-A3) angeknüpft wird.

EF-A3 Thema: Entwicklung u. Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung v. Funktionen – 14 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem und rationalen Exponenten an einfachen Beispielen • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (<i>Lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) 	<p>Das graphische Ableiten der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.</p> <p>Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.</p> <p>Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben (quadratische Gleichungen sowie Gleichungen höheren Grades, wenn die Lösung durch Ausklammern oder Substitution möglich ist).</p> <p>Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien sollte problematisiert werden. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.</p> <p>Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen müssen auch Tangentengleichungen bestimmt werden.</p> <p>Vertiefende Übungen aus diesem Bereich werden auf den Zeitraum vor der zentralen Klausur verschoben.</p>

EF-S1	Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1) – 9 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen	
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren, Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... (Erwartungswert) 	<p>Als Einstiegsaufgabe kann das 10-20-Testproblem^{EF-S1.1} genutzt werden. Als erste Simulation bietet sich z.B. der Münzwurf an. Für eine sich anschließende erste Nutzung des Grafikrechners im Stochastikbereich empfiehlt es sich, ein eng geführtes Arbeitsblatt einzusetzen, in dem wichtige grundlegende Funktionen des GTR vorgestellt werden.</p> <p>Für die Vertiefung / Sicherung empfiehlt sich eine Aufgabe mit größerem n, z.B. <i>Jungenüberschuss</i>^{EF-S1.2}. Somit ist die Herleitung des $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetzes möglich und damit eine Vorbereitung der σ-Umgebungen in der Q.</p> <p>In den letzten beiden Doppelstunden werden über den simulationsgestützten Zugang – unter Aktivierung des Vorwissens aus der SI – die Darstellung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen thematisiert und der Erwartungswert einer Zufallsverteilung eingeführt. Hier bietet sich die Fairnessbetrachtung in Spielsituationen an.</p> <p><i>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden. Digitale Werkzeuge – insbesondere der GTR – werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.</i></p>	

EF-S2 Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten –9 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten erkennen in Teilvorgängen mehrstufiger Zufallsexperimente stochastische Abhängigkeiten prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten [...] (<i>Rezipieren</i>) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) 	<p><i>Als Einstiegskontext dient die Erhebung und Auswertung von Merkmalsverkettenungen.</i></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum besonders motivierend ist die Durchführung und Auswertung einer gemeinsamen Datenerhebung im Kurs.</i></p> <p><i>Bei der Darstellung von Realdaten in Mehrfeldertafeln und Baumdiagrammen kann es zur Förderung des Verständnisses sinnvoll sein, zunächst mit absoluten Häufigkeiten zu arbeiten. Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.</i></p> <p><i>Im Zusammenhang mit der Definition der stochastischen Unabhängigkeit wird ein kritischer Umgang bei Realdaten empfohlen.</i></p>

EF-G1 Thema: Unterwegs in 3D – Punkte im Koordinatensystem – 4 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum • stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) <p>Kommunizieren (Produzieren)</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen 	<p>Ausgangspunkt könnte die Demonstration eines 3D-Druckers sein, die im MINT-Bereich des ASGSG zur Verfügung stehen.</p> <p>Bei der graphischen Darstellung dreidimensionaler Körper wird empfohlen an die in der SI erstellten Schrägbilder anzuknüpfen.</p> <p>Mithilfe einer DGS (Dynageo/Geogebra) können unterschiedliche Möglichkeiten, ein Schrägbild zu zeichnen, untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt werden.</p> <p>Die Visualisierungsmöglichkeiten, die der Grafikrechner bietet, sind für den Einstieg ungeeignet. Um das räumliche Vorstellungsvermögen der SuS zu entwickeln oder weiterzuentwickeln, sollte auch mit konkreten dreidimensionalen Objekten aus der Mathematiksammlung gearbeitet werden.</p>

EF-G2 Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum - 10 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren • stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar • berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität • weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Problemlösen</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege(Lösen) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein(Lösen) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus(Lösen) 	<p><i>Hinweis aus der Fachschaft Physik: Die Einführung von Vektoren als Pfeile ist durch die Kraftvektoren bekannt.</i></p> <p>Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.</p> <p>Die besonderen Eigenschaften des GTR sind hier nicht erforderlich und auch nicht gewünscht.</p> <p>Der Begriff der linearen Abhängigkeit / Unabhängigkeit sollte nicht thematisiert werden.</p>

Qualifikationsphase - Grundkurs

QGK-A1	Thema: Weitere Eigenschaften und Anwendungen von ganzrationalen Funktionen - 27 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen	
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • interpretieren Parameter bei ganzrationalen Funktionen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) 	<p>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</p> <p>Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema EF-A1) werden an einem Beispiel über die Beschreibung von Links- und Rechtskurven die Zu- und Abnahme der Steigung veranschaulicht. Dies führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.</p> <p>Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p> <p><i>Die Funktionsklassen zur Modellierung werden auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades erweitert und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufgestellt. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen an.</i></p> <p>Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</p> <p><i>Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, zunächst solche Aufgaben zu wählen, die auf ein 2x2-System führen.</i></p>	

<ul style="list-style-type: none"> • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen • nutzen Tabellenkalkulationen, Funktionenplotter GTR 	<p><i>Zu einem geeigneten Zeitpunkt wird dann das Gaußverfahren thematisiert. Ziel ist es, dass die Schüler ein einfaches 3x3-System hilfsmittelfrei lösen können.</i></p> <p><i>An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit ‚Randextrema‘ zu betrachten. Zum Einstieg kann ein Verpackungsproblem untersucht werden. Schwerpunktmäßig werden Optimierungsaufgaben an Funktionsgraphen untersucht.</i></p>
---	---

QGK-A2 Thema: Integralrechnung und Anwendungen bei ganzrationalen Funktionen – 21 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen 	<p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).</p> <p>Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. <i>Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.</i></p> <p>Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag).</p> <p>Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino)</p> <p>In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.</p> <p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der</p>

Prozessbezogene Kompetenzen:

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [*Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen. Hier bietet sich die Gelegenheit, Defizite aufzuarbeiten.

QGK-A3 Thema: Exponentialfunktionen und zusammengesetzte Funktionen - 18 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - natürliche Exponentialfunktion • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>). 	<p><i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall). Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.</i></p> <p><i>Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.</i></p> <p>Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.</p> <p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.</p>

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
...zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
...grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz
mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese
gezielt aus
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren,
Berechnen und Darstellen

QGK-A4 Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen – 9 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) 	<p>In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</p> <p>Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.</p> <p>Zur Modellierung werden an dieser Stelle auch ganzrationale Funktionen genutzt (zur Wiederholung und Vertiefung).</p>

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) | |
|---|--|

QGK-G1 Thema: Geraden im Raum – 12 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext Untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) 	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.</p> <p><i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</i></p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.</p> <p><i>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.</i></p> <p><i>Hinweis: Bei zweidimensionalen Abbildungen (z. B. Fotografien) räumlicher Situationen geht in der Regel die Information über die Lagebeziehung von Objekten verloren. Verfeinerte Darstellungsweisen (z. B. unterbrochene Linien, schraffierte Flächen, gedrehtes Koordinatensystem) helfen, dies zu vermeiden und Lagebeziehungen</i></p>

<ul style="list-style-type: none"> • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden ... Darstellen von Objekten im Raum 	<p><i>systematisch zu untersuchen.</i></p> <p>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden..</p> <p><i>Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden. Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden.</i></p>
---	---

QGK-G2 Thema: Räume mit dem Skalarprodukt vermessen - 9h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation(<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege(<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...])(<i>Lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus(<i>Lösen</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). <i>Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.</i></p> <p><i>Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann z. B. der Normalenvektor entdeckt und vertieft werden.</i></p> <p>Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.</p> <p>Es ist festzuhalten, dass die Schülerinnen und Schüler an dieser Stelle abiturähnliche Aufgaben zum Themengebiet Geometrie/Lineare Algebra lösen können müssen.</p>

GSK-G3 Thema: Ebenen im Raum – 9h

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Ebenen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden diesen an • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen heuristische Hilfsmittel (z.B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verf.) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen 	<p>Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema EF-G2 wieder aufgegriffen. <i>Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.</i></p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).</p> <p>Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.</p> <p>Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren.</p> <p>Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.</p>

QGK-S1	Thema: Stochastische Modelle, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen u. ihre Kenngrößen – 6 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen	
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) 	<p>Dieses Thema kann zeitlich zügig abgehandelt werden, da in der Regel die aufgeführten Kompetenzen schon Bestandteil der EF sind.</p> <p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten benutzt..</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße verwendet. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.</p> <p>Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.</p> <p>Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</p>	

QGK-S2 Thema: Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen - 9h	
<p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...Generieren von Zufallszahlen und berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ...Variieren der Parameter von Binomialverteilungen ...Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) 	<p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p> <p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.</p> <p>Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ-Umgebung des Erwartungswertes liegen.</p> <p>Überschneidungen mit dem nachfolgenden Thema sind möglich. <i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>

QGK-S3	Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen – 6 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen	
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>) 	<p>In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:</p> <ul style="list-style-type: none"> - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p <p>Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p> <p>Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.</p> <p><i>Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.</i></p>	

QGK-S4 Thema: Von Übergängen und Prozessen – 9 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) 	<p><i>Hinweis:</i> <i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p> <p>Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p>

Qualifikationsphase - Leistungskurs

QLK-A1	Thema: <i>Weitere Eigenschaften und Anwendungen von Funktionen und Funktionenscharen</i> - 40 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen	
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) 	<p>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</p> <p>Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel über die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung veranschaulicht. Dies führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.</p> <p>Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p> <p><i>Die Funktionsklassen zur Modellierung werden auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades erweitert und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufgestellt. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen an.</i></p> <p>Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</p> <p><i>Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, zunächst solche Aufgaben zu wählen, die auf ein 2x2-System führen. Zu einem geeigneten</i></p>	

- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation(*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung(*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen(*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen
- nutzen Tabellenkalkulationen, Funktionenplotter GTR

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation(*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen(*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...)(*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen(*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

Zeitpunkt wird dann das Gaußverfahren thematisiert. Ziel ist es, dass die Schüler ein einfaches 3x3-System hilfsmittelfrei lösen können.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit ‚Randextrema‘ zu betrachten. Zum Einstieg kann ein Verpackungsproblem untersucht werden. Schwerpunktmäßig werden Optimierungsaufgaben an Funktionsgraphen untersucht.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

QLK-A2	Thema: <i>Integralrechnung und Anwendungen – 30h</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen	
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale numerisch [...] • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der 	<p>Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung).</p> <p>Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.</p> <p><i>Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.</i></p> <p>In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.</p> <p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen</p>	

<p>Änderungsrate</p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Kommunizieren</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) 	<p>zwischen Kurven) thematisiert werden.</p> <p>Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)</p> <p><i>Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.</i></p> <p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).</p> <p>Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist.</p> <p><i>Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.</i></p> <p>Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag).</p> <p>Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog.</p>
---	--

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (*Begründen*)
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)
- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [*Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...
 - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
 - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Funktionendomino)

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen. Hier bietet sich die Gelegenheit, Defizite aufzuarbeiten.

Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.

Der Einstieg sollte über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate

auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.

Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.

Das Stationenlernen wird in einem Portfolio dokumentiert. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit werden auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

QLK-A3	Thema: <i>Exponentialfunktionen und Logarithmus</i> – 20 h
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> ○ natürliche Exponentialfunktion ○ Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis ○ natürliche Logarithmusfunktion • führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück • wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)(<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen</p>	<p><i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</i></p> <p>Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.</p> <p>Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.</p> <p>Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.</p> <p>Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.</p> <p><i>Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.</i></p> <p>Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.</p> <p>Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu</p>

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
...grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.

Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.

QLK-A4 Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen – 14 h</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum • bestimmen Integrale [...] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) 	<p>An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.</p> <p>Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</p> <p>Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.</p> <p>Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve).</p>

QLK-G1 Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden – 10h</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Geraden in Parameterform dar interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden ... Darstellen von Objekten im Raum 	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. <i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.</i></p> <p>In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.</p> <p>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.</p>

QLK-G2 Thema: <i>Das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen – 10h</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...] <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.</p> <p><i>Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.</i></p> <p>Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.</p> <p>Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.</p> <p><i>Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ und $(\vec{a})^2 = (\vec{b})^2$ für die Seitenvektoren \vec{a} und \vec{b} eines Parallelogramms.</i></p> <p>In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.</p> <p>Das Vektorprodukt soll an dieser Stelle vorgestellt werden.</p>

QLK-G3 Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter – 10h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) 	<p>Im Sinne verstärkt wissenschaftspropädeutischen Arbeitens wird folgender anspruchsvoller, an Q-LK-G2 anknüpfender Weg vorgeschlagen:</p> <p>Betrachtet wird die Gleichung: $\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$. Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen ($\vec{a} = 0$) wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet.</p> <p>Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet.</p> <p><i>Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.</i></p> <p>Als weitere Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden.</p>

Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt.

QLK-G4		Thema: <i>Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten – 10h</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen	
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden [...] • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) 		<p>Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen.</p> <p>Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an.</p> <p>Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen.</p> <p>In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.</p>	

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>) | |
|--|--|

QLK-G5 Thema: <i>Untersuchungen an Polyedern – 10h</i>	
<p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]) Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und 	<p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p> <p>Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.</p> <p>Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.</p> <p>Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.</p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.</p>

Effizienz (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
 - ... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen

QLK-G6 Thema: <i>Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben – 10h</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Geraden in Parameterform dar stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, 	<p><i>Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</i></p> <p>Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.</p> <p>Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.</p> <p>Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen-(Tangenten-) satz von Euklid.</p> <p>Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.</p>

experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen
(*Erkunden*)

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

QLK-S1	Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen – 5h</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen	
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) 	<p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.</p> <p>Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.</p> <p>Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.</p> <p>Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</p>	

QLK-S2 Thema: <i>Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen</i> – 10 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ...Generieren von Zufallszahlen ...Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen ...Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>

QLK-S3 Thema: <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen – 8h</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>) • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum 	<p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$.</p> <p>Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.</p>

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen | |
|--|--|

QLK-S4 Thema: <i>Die Normalverteilung</i> – 8h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) 	<p>Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. <i>Ergänzung für leistungsfähige Kurse:</i> Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.</p> <p>Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.</p> <p>Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.</p>

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Generieren von Zufallszahlen
 - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
 - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
 - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen
- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge

QLK-S5	Thema: <i>Testen von Hypothesen</i> – 15 h	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen	
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (<i>Diskutieren</i>) 	<p>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm‘ visualisiert.</p> <p>Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? <p>Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</p>	

QLK-S6 Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen – 10 h</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) 	<p><i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p> <p>Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p> <p>Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.</p>

Grundsätze zur Leistungsbewertung in Mathematik / SII am ASGSG

1. Fassung erstellt im Oktober 2009

Letzte Bearbeitung Februar 2014

Die Fachgruppe Mathematik richtet sich in ihrer Leistungsbewertung nach den im Schulgesetz (§48) sowie in den Ausbildungs- und Prüfungsordnungen (§13 APO-GOST, Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik) vorgegebenen Grundsätzen.

1. Sonstige Leistungen

In die Bewertung der sonstigen Leistungen gehen ein

(1) Mündliche Mitarbeit

Beiträge zum Unterrichtsgespräch in Form von Lösungsvorschlägen, das Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen oder das Bewerten von Ergebnissen. Hierbei spielt nicht allein die Menge der Beiträge, sondern auch deren Qualität eine Rolle, genauso geht es hierbei nicht nur darum „richtige Antworten“ zu geben, sondern auch um das Stellen von Fragen nach Nichtverstandenen und Unklarem sowie um Fragen, die den Unterricht weiterbringen und durch wichtige ergänzende Aspekte vertiefen.

(2) Arbeitsaufträge

Berücksichtigt werden Regelmäßigkeit, Vollständigkeit und Qualität der Arbeitsaufträge, auch der Hausaufgaben. Dabei geht es einerseits um Sauberkeit und äußere Form, andererseits aber auch um das Bemühen, Aufgaben zu bearbeiten, auch wenn sie zu keinem richtigen Ergebnis führen oder ein richtiger Lösungsweg nicht präsent ist. Ein aktives und intensives Bemühen um eine Lösung muss nachgewiesen werden. Sind Aufgaben gemeinsam mit einem Mitschüler bearbeitet worden, so muss die Lösung auf Verlangen erläutert werden können. Die Hausaufgabenkontrolle ist auch schriftlich möglich und muss nicht angekündigt werden.

(3) Selbständige Arbeit im Unterricht

Bewertet wird die Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit und Konzentration bei der Bearbeitung von Aufgaben in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit oder am Computer während der Unterrichtsstunde. Voraussetzung hierfür ist, dass eigenes erforderliches Unterrichtsmaterial verfügbar ist. Bewertet wird auch das Eingehen auf Beiträge von anderen Kursteilnehmern, der Umgang mit neuen Problemen, die Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen. Positiv bewertet wird auch die Unterstützung von Mitlernenden.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartalsnote und später bei der Bildung der Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung zu berücksichtigen. Eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht.

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine	
	gute Leistung	ausreichende Leistung
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung geht selbständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für eigene Beiträge ist sicher im Gebrauch der Fachsprache und Kann die Bedeutung von Fachbegriffen erklären	nennt teilweise richtige Lösungen, kann sie aber nur lückenhaft begründen geht selten auf andere Lösungen ein ist unsicher im Gebrauch der Fachsprache / richtigen Schreibweisen,
Kontinuität / Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein ist selbständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbständig, stellt selbständig Nachfragen erarbeitet bereitgestellte Materialien selbständig	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur Weise auf erarbeitet neue Lerninhalte nur mit umfangreicher Hilfestellung erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben; ist dabei auch in der Lage Aufgaben des Anforderungsbereiches III zu durchdenken trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	erledigt die Hausaufgaben, wenn sie reproduktiven Charakter haben nennt die Ergebnisse, erläutert oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in kooperative Arbeitsformen ein und ist auch bereit, seinen leistungsschwächeren Mitschülern zu helfen	bringt sich nur wenig in kooperative Arbeitsformen ein
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben

2. Schriftliche Leistung

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, wobei keine halben Punkte vergeben werden. Dabei sind alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet. Die Zuordnung der Hilfspunktesumme zu den Notenstufen richtet sich ab der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Damit wird die Note „ausreichend“ bei Erreichen von 45 % der Hilfspunkte und die Note „gut“ bei Erreichen von 75 % der Hilfspunkte erteilt.

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	100 – 95
sehr gut	14	94 – 90
sehr gut minus	13	89 – 85
gut plus	12	84 – 80
gut	11	79 – 75
gut minus	10	74 – 70
befriedigend plus	9	69 – 65
befriedigend	8	64 – 60
befriedigend minus	7	59 – 55
ausreichend plus	6	54 – 50
ausreichend	5	49 – 45
ausreichend minus	4	44 – 39
mangelhaft plus	3	38 – 33
mangelhaft	2	32 – 27
mangelhaft minus	1	26 – 20
ungenügend	0	19 – 0

Die Dauer und die Anzahl der schriftlichen Arbeiten ist durch die APO-GOST – zum Teil in Bandbreiten – vorgegeben. Am ASGSG werden die Klausuren in Mathematik gemäß dem nachstehenden Raster geschrieben:

EF	2 Klausuren je Halbjahr	Dauer: 2 U-Std.	Die vierte Klausur ist landeseinheitlich zentral gestellt und enthält einen hilfsmittelfreien Teil
Q1 – GK	2 Klausuren je Halbjahr	Dauer: 2 U-Std.	Bei demjenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit in Mathematik schreiben, ersetzt diese die 1. Klausur im 2. Hj.
Q1 – LK	2 Klausuren je Halbjahr	Dauer: 3 U-Std. + Pause	Bei demjenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit in Mathematik schreiben, ersetzt diese die 1. Klausur im 2. Hj.
Q2.1– GK	2 Klausuren je Halbjahr	Dauer: 3 U-Stunden + Pause	
Q2.2 – GK	1 Klausur	Dauer: 3 Zeitstunden	Für diejenigen, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben, ist diese Klausur auch inhaltlich unter Abiturbedingungen (Analysis + Lineare Algebra / Analytische Geometrie).
Q2.1– LK	2 Klausuren je Halbjahr	Dauer: 4 U-Stunden + Pause	
Q2.2 – LK	1 Klausur	Dauer: 4,25 Zeitstunden	Diese Klausur entspricht formal und inhaltlich der Abiturklausur.

Die Fachgruppe empfiehlt, bei parallel liegenden Kursen Klausuraufgaben nach Möglichkeit gemeinsam zu stellen.

Es herrscht Einigkeit darüber, dass nach entsprechender Wiederholung im Unterricht Klausuren auch Aufgabenteile enthalten können, die Kenntnisse aus weiter zurückliegenden Unterrichtsthemen verlangen. Alle Klausuren – mindestens in der Qualifikationsphase – enthalten auch Aufgaben im Sinne des Anforderungsbereiches III (ca. 10 % der Bewertungshilfspunkte).

Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden – mindestens ab der Qualifikationsphase – die vom Schulministerium veröffentlichten Operatoren verwendet. Diese sind für den Abiturjahrgang 2017 neu zusammengestellt worden und sind mit den Schülern zu besprechen (s. Anhang).

Beginnend in der Einführungsphase ab dem Schuljahr 14/15 enthalten die zentral gestellten Klausuren einen hilfsmittelfreien Teil (ca. 20% des zeitlichen Rahmens mit entsprechendem Punkteanteil). Diese Zweiteilung wird in allen Klausuren übernommen. Für zweistündige Klausuren ergeben sich somit 20 plus 70 Minuten, für dreistündige Klausuren 30 + 125 Minuten.

3. Diagnose / individuelle Förderung

Die Ergebnisse aus Lernerfolgsüberprüfungen wie Klassenarbeiten, Diagnosebögen oder anderen Lernprodukten geben eine Rückmeldung über die aktuell erreichten Kompetenzen und dienen darüber hinaus Lehrenden und Lernenden als Grundlage der individuellen Förderung. Hierbei ist es wichtig, bereits erreichte Kompetenzen herauszustellen und die Lernenden zum Weiterlernen zu ermutigen.

4. Benotung zum Halbjahresabschluss

Jeweils zum Ende des 1. bzw. 3. Quartals werden die Schülerinnen und Schüler über ihren aktuellen Leistungsstand informiert (Note für die sonstige Mitarbeit im vorangegangenen Quartal). Gegebenenfalls sind Förderempfehlungen zu formulieren.

Mathematik: Übersicht über die Operatoren (ab Abitur 2017)

Operator	Definition	AFB-Bandbreite
angeben, nennen	Objekte, Sachverhalte, Begriffe, Daten ohne nähere Erläuterungen, Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen aufzählen	I-II, vorw. I
aufstellen, darstellen, erstellen	Sachverhalte, Vermutungen, Zusammenhänge, Methoden, Gleichungen, Gleichungssysteme in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form notieren	I-II, vorw. II
begründen	Sachverhalte auf Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Zusammenhänge zurück-führen (hierbei sind Regeln und mathematische Beziehungen zu nutzen)	II
berechnen	Ergebnisse mit Darstellung von Ansatz und Berechnung gewinnen	I-II, vorw. I
beschreiben	Strukturen, Sachverhalte oder Verfahren in eigenen Worten unter Berücksichtigung der Fachsprache sprachlich angemessen wiedergeben (hier sind auch Einschränkungen möglich z.B.: Beschreiben Sie in Stichworten ...)	I-II, vorw. II
bestimmen, ermitteln	Zusammenhänge bzw. Lösungswege aufzeigen, das Vorgehen darstellen und die Ergebnisse formulieren	II
beurteilen	zu Sachverhalten ein selbstständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren und begründen	II-III, vorw. III
beweisen, widerlegen	Beweise im mathematischen Sinne unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen, ggf. unter Verwendung von Gegenbeispielen, führen	II-III, vorw. III
definieren	die Bedeutung eines Begriffs unter Abgrenzung zu benachbarten Begriffen und der Angabe unveränderlicher Merkmale bestimmen	I-II, vorw. II
entscheiden	sich bei Alternativen eindeutig auf eine Möglichkeit festlegen, eine Begründung ist nicht erforderlich (sofern sie nicht durch einen ergänzenden Operator gefordert wird)	I-II, vorw. II
erklären, erläutern	Sachverhalte verständlich und nachvollziehbar machen und in Zusammenhänge einordnen	II
graphisch darstellen, zeichnen	hinreichend exakte graphische Darstellungen von Objekten oder Daten anfertigen	I-II, vorw. II
herleiten	die Entstehung oder Ableitung von gegebenen oder beschriebenen Sachverhalten oder Gleichungen aus anderen Sachverhalten darstellen	II
interpretieren	Zusammenhänge bzw. Ergebnisse begründet auf gegebene Fragestellungen beziehen	II
klassifizieren, ordnen	Begriffe, Gegenstände, Daten etc. auf der Grundlage bestimmter Merkmale systematisch einteilen	II
nachweisen	Aussagen oder Sachverhalte unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen	II-III, vorw. III
prüfen, untersuchen	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen bzw. sinnvollen Kriterien bearbeiten	II
skizzieren	wesentliche Eigenschaften von Sachverhalten oder Objekten graphisch darstellen (auch Freihandskizzen möglich)	I-II, vorw. II
vergleichen	Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln	II
zeigen	Aussagen oder Sachverhalte unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen	II-III, vorw. III

Die Operatoren können durch einschränkende Zusatzangaben oder weitere Vorgaben ergänzt werden (z.B. „Bestimmen Sie grafisch...“). Speziell kann bei der Verfügbarkeit von GTR bzw. CAS im Einzelfall die Darstellung eines Lösungsweges gefordert werden, welcher auch ohne den Einsatz dieser Technologien nachvollziehbar ist.

Die Angabe einer Folge von GTR-Befehlen erfüllt nicht die Anforderung, ein Vorgehen („bestimmen“, „ermitteln“) oder eine Berechnung („berechnen“) darzustellen.